

Городская интернет-олимпиада «Олимпийские надежды-2021»

11 класс

1. Дорогу между Самарой и Лопатино длиной 28 километров разделили на три неравные части. Расстояние между серединами крайних частей равно 16 км. Найдите длину средней части.
2. На координатной плоскости (x, y) изобразите множество всех точек, для которых $y^2 - y = x^2 - x$.
3. Найдите отношение её оснований, если известно, что в эту трапецию можно вписать окружность и около этой трапеции можно описать окружность. Один из углов трапеции равен 60° .
4. Для математического проекта возник вопрос: существует ли натуральное n такое, что число $n^{2012} - 1$ является какой-либо степенью двойки? Как вы думаете? Ответ обоснуйте.
5. Решите систему уравнений:
$$\begin{cases} xy = 1, \\ x + y + \cos^2 z = 2. \end{cases}$$
6. Можно ли сложить сплошную стенку, имеющую форму параллелепипеда с размерами $27 \times 16 \times 15$, а) из кирпичей размером $3 \times 5 \times 7$; б) из кирпичей размером $2 \times 5 \times 6$, если ломать кирпичи нельзя, но можно поворачивать?