

## Городская интернет-олимпиада «Олимпийские надежды-2020»

### 11 класс

1. В тетраэдре  $PABC$  проведены биссектрисы  $PA_1$ ,  $PB_1$  и  $PC_1$  треугольников  $PBC$ ,  $PAC$  и  $PAB$  соответственно. Докажите, что прямые  $AA_1$ ,  $BB_1$  и  $CC_1$  пересекаются в одной точке.
2. Решите неравенство:  $x^2 - (\sin 4 + \sin 5)x + \sin 4 \cdot \sin 5 < 0$ .
3.  $O$  – центр окружности, описанной около треугольника  $ABC$ . Точка  $D$  лежит на стороне  $AC$ , причем отрезок  $BD \perp AO$ . Найдите длину отрезка  $AD$ , если  $AC = b$ ,  $AB = c$ .
4. Найдите все значения параметра  $a$ , для которых система уравнений

$$\begin{cases} x^4 + y^4 = a, \\ \cos(x - y) + xy = 1 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

5. Решить уравнение:  $4^x + 6^x = 9^x$